



FUNDAMENTOS DE PROBABILIDAD



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

La palabra conjunto generalmente la asociamos con la idea de agrupar objetos, por ejemplo un conjunto de discos, de libros, de plantas de cultivo y en otras ocasiones en palabras como hato, rebaño, piara, parcelas, campesinado, familia, etc.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Es decir la palabra conjunto denota una colección de elementos claramente entre sí, que guardan alguna característica en común. Ya sean números, personas, figuras, ideas y conceptos.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

En matemáticas el concepto de conjunto es considerado primitivo y ni se da una definición de este, sino que se trabaja con la notación de colección y agrupamiento de objetos, lo mismo puede decirse que se consideren primitivas las ideas de elemento y pertenencia.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

La característica esencial de un conjunto es la de estar bien definido, es decir que dado un objeto particular, determinar si este pertenece o no al conjunto. Por ejemplo si se considera el conjunto de los números dígitos, sabemos que el 3 pertenece al conjunto, pero el 19 no.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Por otro lado el conjunto de las bellas obras musicales no es un conjunto bien definido, puesto que diferentes personas puedan incluir distintas obras en el conjunto.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Los objetos que forman un conjunto son llamados **miembros o elementos**. Por ejemplo el conjunto de las letras de alfabeto; a, b, c, ..., x, y, z. que se puede escribir así:

$$\{ a, b, c, \dots, x, y, z \}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Como se muestra el conjunto se escribe entre llaves ($\{\}$) , y los elementos separados por comas (,).



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

El detallar a todos los elementos de un conjunto entre las llaves, se denomina **forma tabular, extensión o enumeración de los elementos.**



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos, por ejemplo:

El conjunto $\{ a, b, c \}$ también puede escribirse:

$\{ a, c, b \}, \{ b, a, c \}, \{ b, c, a \}, \{ c, a, b \}, \{ c, b, a \}$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

En teoría de conjuntos se acostumbra **no repetir** a los elementos por ejemplo:

El conjunto $\{ b, b, b, d, d \}$ simplemente será $\{ b, d \}$.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

Los diagramas de Venn son ilustraciones usadas en la rama de la Matemática y Lógica de clases conocida como teoría de conjuntos.

Estos diagramas se usan para mostrar gráficamente la agrupación de cosas *elementos* en conjuntos, representando cada conjunto mediante un círculo o un óvalo.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

La posición relativa en el plano de tales círculos muestra la relación entre los conjuntos. Por ejemplo, si los círculos de los conjuntos A y B se solapan, se muestra un área común a ambos conjuntos que contiene todos los elementos contenidos a la vez en A y en B. Si el círculo del conjunto A aparece dentro del círculo de otro B, es que todos los elementos de A también están contenidos en B.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEORÍA DE CONJUNTOS

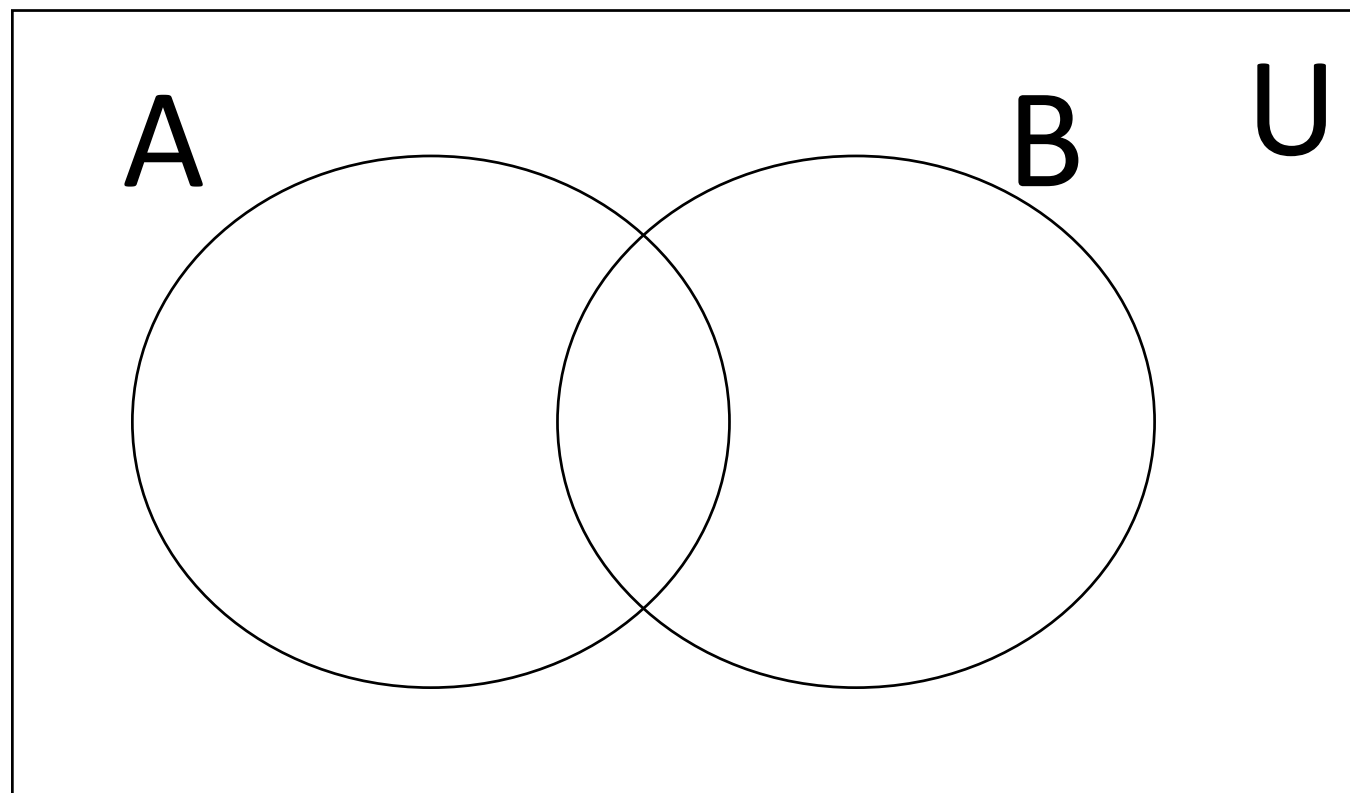


DIAGRAMA DE VENN



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PALABRAS CLAVE

- Teoría de conjuntos
- Conjunto
- Elemento o miembro
- Representación en forma tabular
- Representación en diagrama de Venn



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

CARDINALIDAD

Determina el número de elementos de un conjunto. Ejemplo:

La cardinalidad del conjunto $A = \{\text{vocales}\}$ es 5 y se representa $A = 5$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

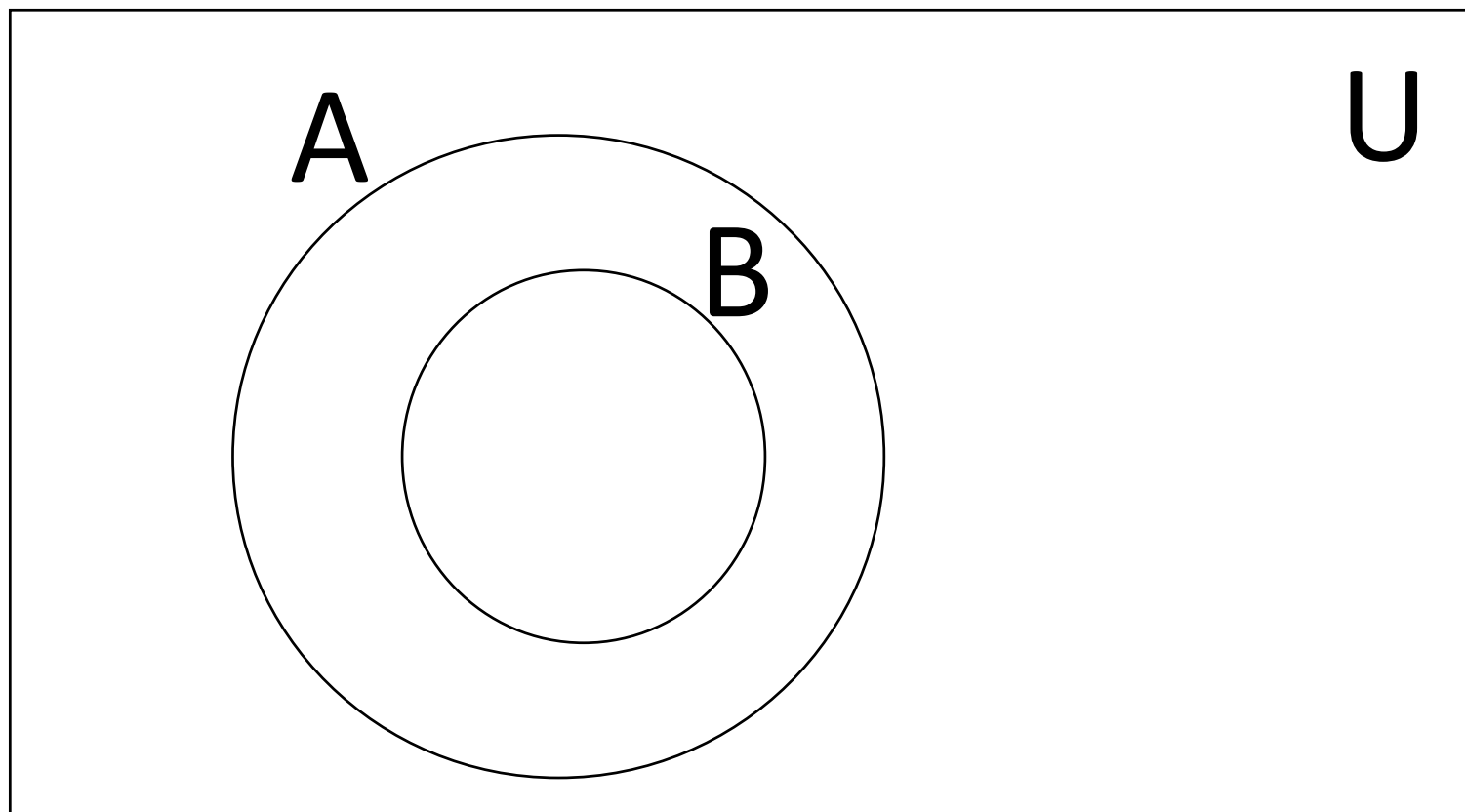
SUBCONJUNTO

Si cada elemento de A es un elemento de B y B tiene igual o más elementos que A , esto es la cardinalidad de B es mayor o igual que la cardinalidad de A , se dice que A es un subconjunto de B . Entonces, $A \subseteq B$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

SUBCONJUNTO



$$B \subseteq A$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

CONJUNTO POTENCIA

Conjunto potencia, $P(A)$: es la colección de todos los subconjuntos de A .

Esto es, si $A = \{1, 2, 3, 4\}$ entonces

$P(A) = \{ \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\} \}$. $P(A) = 16$.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

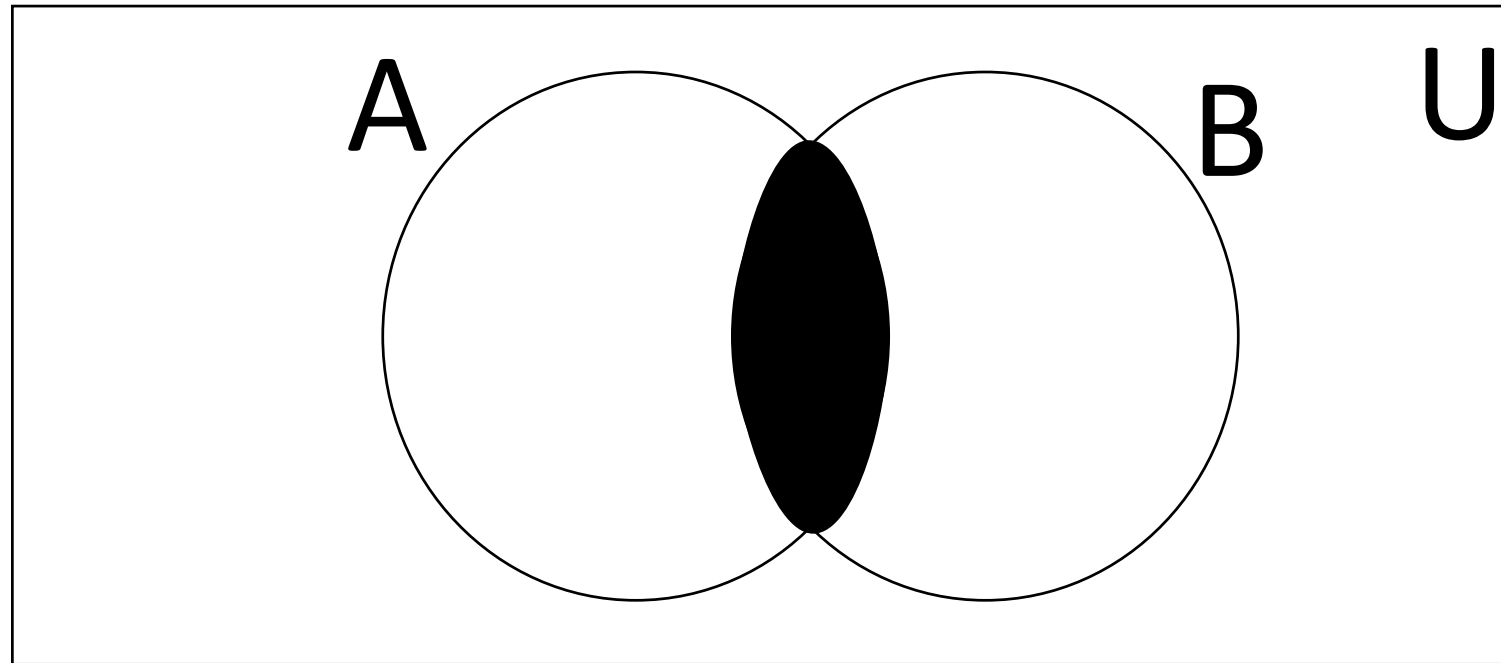
DIFERENCIA SIMÉTRICA

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

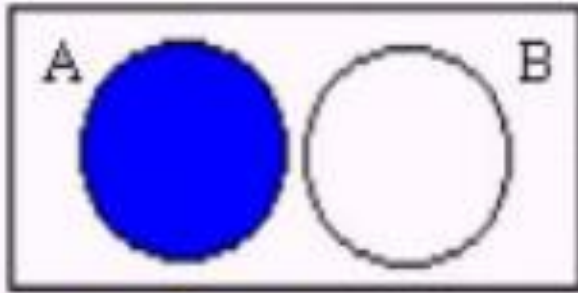
DIFERENCIA SIMÉTRICA



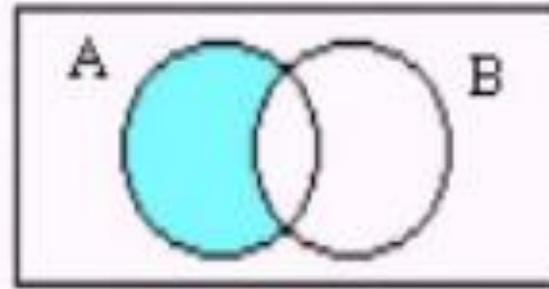


PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

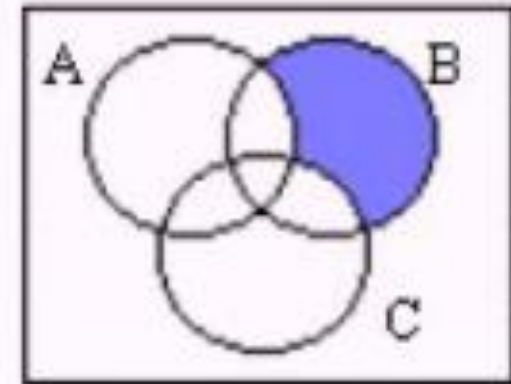
RESTAS



$A - B$



$A - B$



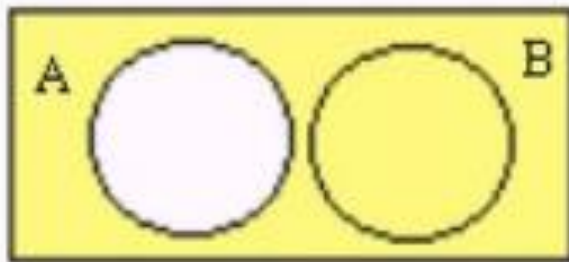
$B - (A \cup C)$



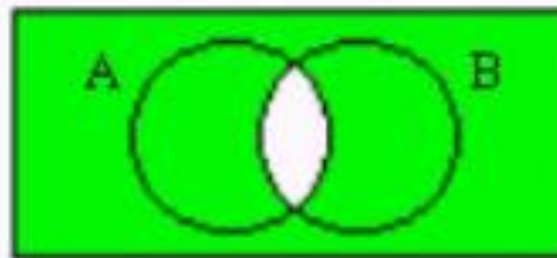
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMPLEMENTO

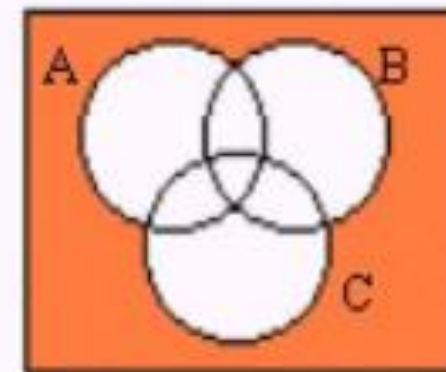
$$\overline{A} = \{x / x \notin A\}$$



A'



$(A \cap B)'$



$(A \cup B \cup C)'$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PALABRAS CLAVE

- Teoría de conjuntos
- Conjunto
- Elemento o miembro
- Representación en forma tabular
- Representación en diagrama de Venn
- **Cardinalidad**
- **Subconjunto**
- **Conjunto Potencia**
- **Diferencia simétrica**
- **Complemento**



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TÉCNICAS DE CONTEO

Las técnicas de conteo son aquellas usadas para enumerar eventos difíciles de cuantificar. En este trabajo se darán a conocer algunas técnicas de conteo y su aplicación en el entorno laboral.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE MXN

Esta regla puede extenderse a cuantos eventos se quieran y hace referencia al número de posibilidades que se puede dar como resultado de un experimento en etapas.

El número total de posibilidades es el producto del número de posibilidades de cada evento.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE MXN

Ejemplo:

Un vendedor de autos quiere presentar a sus clientes todas las diferentes opciones con que cuenta: auto convertible, auto de 2 puertas y auto de 4 puertas, cualquiera de ellos con rines deportivos o rines estándar. ¿Cuántos diferentes arreglos de autos y rines puede ofrecer el vendedor?

Para solucionar el problema podemos emplear la técnica de la multiplicación, (donde m es número de modelos y n es el número de tipos de rin).

$$M \times N = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{Número total de arreglos} = 3 \times 2$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE MXN

Ejemplo:

Conocemos que hay 3 posibilidades de combinar los colores (rojo, verde, negro) ($A=3$), los diseños de 4 maneras (clásico, contemporáneo, moderno, gótico) ($B=4$) y las presentaciones de 2 maneras (online, física) ($C=2$). Con esto tenemos que:

$$A \times B \times C = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

Existen 24 posibilidades de combinar los elementos para el producto.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

"Mi ensalada de frutas es una combinación de manzanas, uvas y bananas". no importa en qué orden pusimos las frutas, podría ser "bananas, uvas y manzanas" o "uvas, manzanas y bananas", es la misma ensalada.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

"La combinación de la cerradura es 472".
ahora sí importa el orden. "724" no funcionaría,
ni "247". Tiene que ser exactamente 4-7-2.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

Así que en matemáticas usamos un lenguaje más *preciso*:

- Si el orden no importa, es una **combinación**.
- Si el orden **sí** importa es una **permutación**.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN

Una permutación de objetos es un arreglo de éstos en el que orden sí importa. Para encontrar el número de permutaciones de n objetos diferentes en grupos de r , se usan las siguientes fórmulas:

Cuando no se permite repetición ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

Cuando se permita repetición ${}_nP_r = n^r$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIÓN

Una combinación de objetos es un arreglo de éstos en el que el orden no importa. Para encontrar el número de combinaciones de n objetos en grupos de r , se usa la siguiente fórmula:

$$\binom{n}{r} = {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES: EJEMPLOS

A) ¿Cuántas cantidades de tres cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4 si no se permite la repetición?

$$\begin{array}{l} n=5 \\ r=3 \end{array} \quad {}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{120}{2} = 60$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES: EJEMPLOS

B) ¿Cuántas cantidades de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4 si se permite la repetición?

$${}_5P_4 = 5^4 = 625$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES Y PERMUTACIONES: EJEMPLOS

C) De entre 8 personas debemos formar un comité de cinco miembros. ¿Cuántas diferentes posibilidades existen para formar el comité?

Solución: Esta es una combinación porque el orden no importa.

$${}_8C_5 = \frac{8!}{5! \times 3!} = 56$$