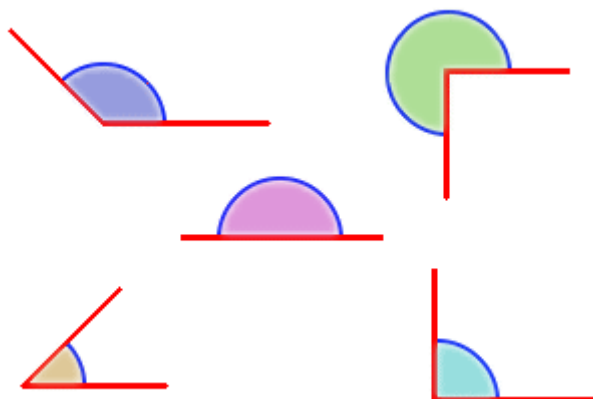


## 1º ESO

# GEOMETRÍA PLANA: ÁNGULOS Y TRIÁNGULOS

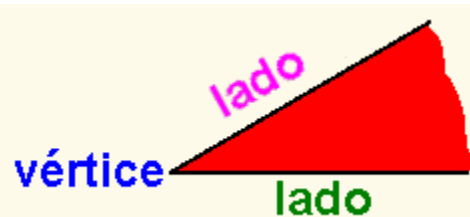
## 1.- ÁNGULOS

Un ángulo es la porción de plano limitada por dos semirrectas o rayos que tienen el mismo origen.



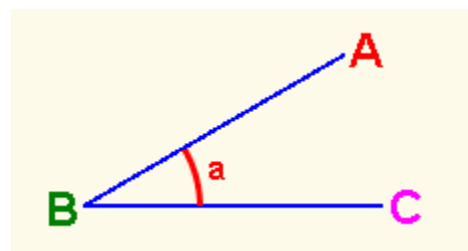
Los **lados** del ángulo son las semirrectas que lo forman.

El **vértice** del ángulo es el punto común que es origen de los lados.

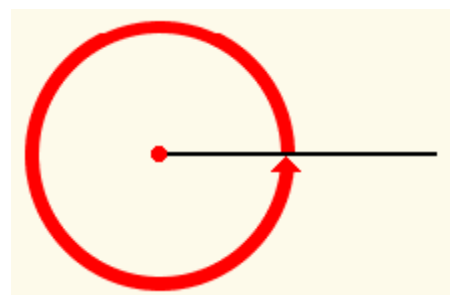


Los ángulos pueden nombrarse de tres formas distintas:

- Por las letras mayúsculas correspondientes a las semirrectas, colocando en medio la letra vértice:  
 $\angle ABC$  ó  $\angle CBA$
- Por una letra o número colocado en la abertura **a**
- Por la letra del vértice **B**

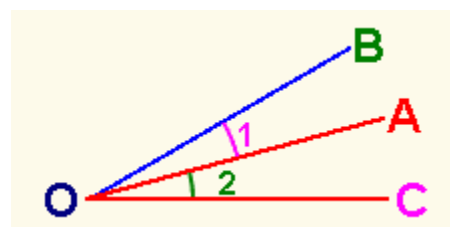


Un **ángulo completo** es el que está delimitado por dos semirrectas que coinciden.



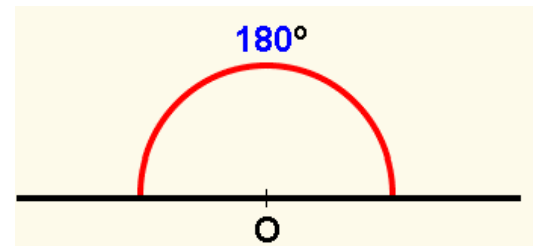
La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta que divide al ángulo en dos partes iguales.

La semirrecta **OA** es bisectriz del ángulo **O** si se cumple que:  $\hat{1} = \hat{2}$

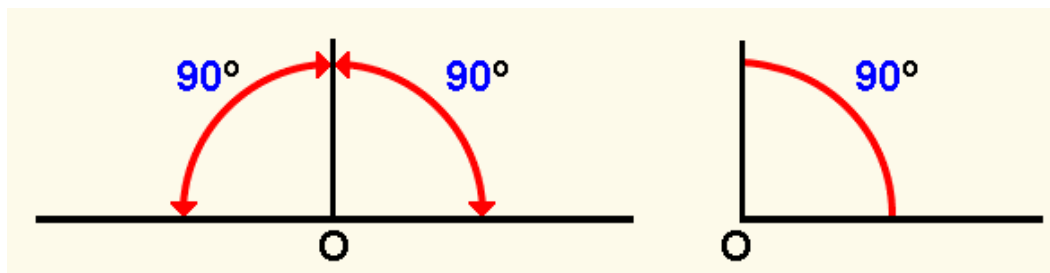


## Clasificación de los ángulos:

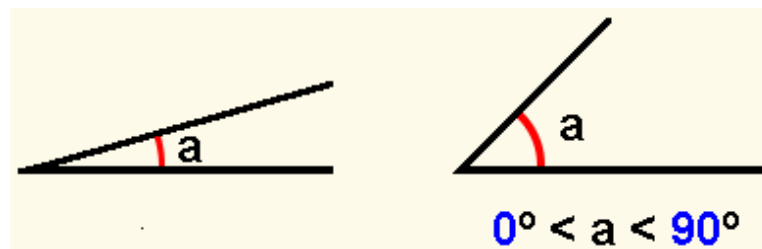
**Llano**, es el ángulo formado por dos semirrectas opuestas. Tiene sus lados en la misma recta. Su amplitud es la mitad de un ángulo completo, es decir, de  $180^\circ$ .



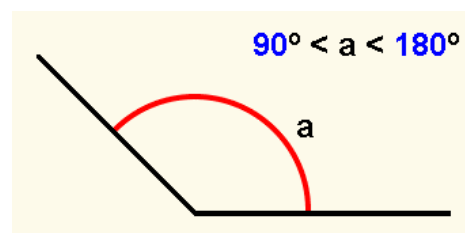
**Ángulo Recto**, es uno cualquiera de los ángulos en que la bisectriz divide al llano. Su amplitud o abertura es de  $90^\circ$ .



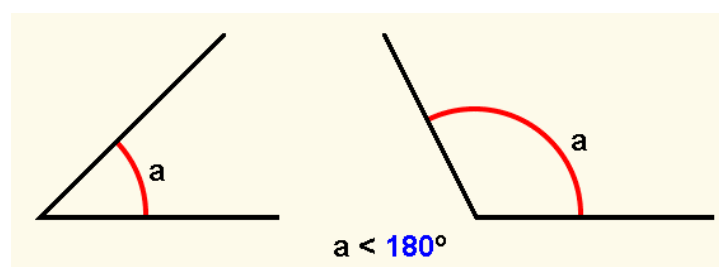
**Agudo**, es todo ángulo cuya amplitud sea menor que la del recto, es decir, es como máximo de  $90^\circ$ .



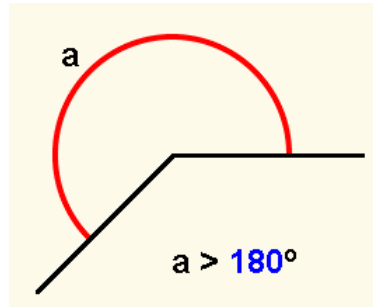
**Obtuso**, es aquel cuya amplitud es mayor que la del ángulo recto y menor que la del llano, es decir, está comprendida entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ .



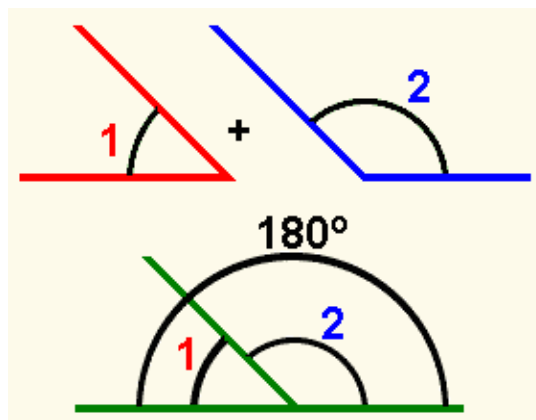
**Cóncavo**, es el que vale menos que un llano. Por ello se dice que los ángulos cóncavos comprenden a los agudos, rectos y obtusos.



**Convexo**, es el que vale más que un llano.

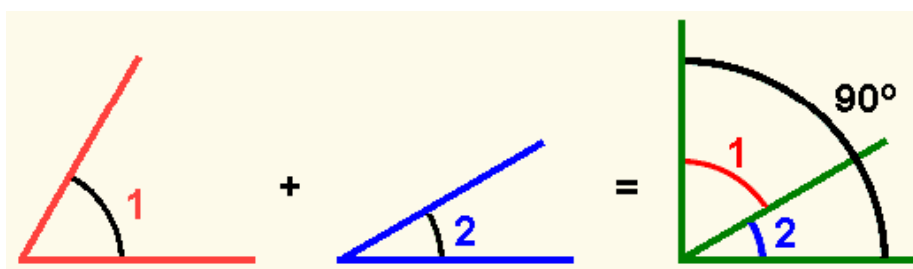


**Ángulos suplementarios**, son los que sumados valen  $180^\circ$ , es decir, un ángulo llano.

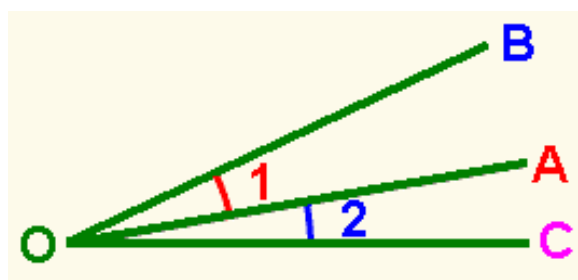


Cada ángulo se llama suplemento del otro. Así el ángulo  $\hat{1}$  es el suplemento del ángulo  $\hat{2}$  y viceversa.

**Ángulos complementarios**, son los que sumados valen  $90^\circ$ , es decir, un ángulo recto.

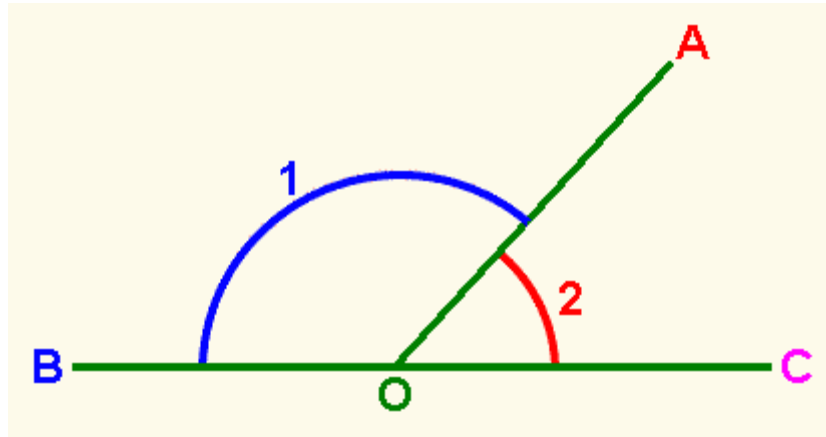


**Ángulos consecutivos**, son los que tienen un mismo vértice y un lado común.



Los ángulos  $\hat{1}$  y  $\hat{2}$  tienen un mismo vértice común, **O**, y un lado común,  $\overline{OA}$ .

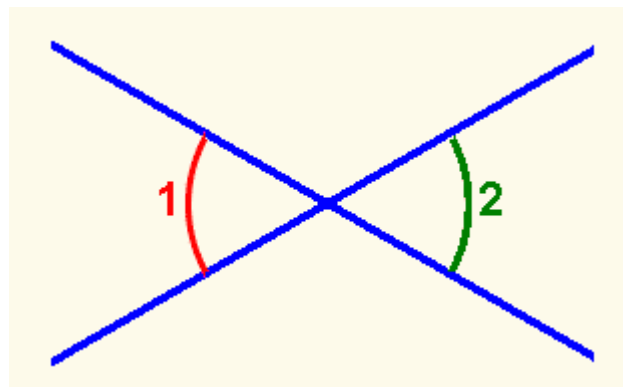
**Ángulos adyacentes**, son ángulos consecutivos cuyos lados no comunes están en línea recta.



Los ángulos adyacentes son suplementarios, porque juntos equivalen a un ángulo llano ( $180^\circ$ ).

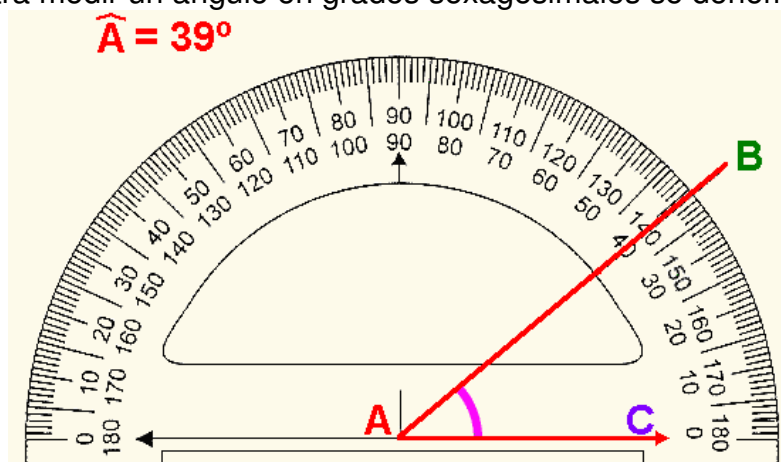
Los ángulos  $\hat{1}$  y  $\hat{2}$  son adyacentes.

**Ángulos opuestos por el vértice**, son los ángulos en que los lados del uno son prolongaciones opuestas de los lados del otro.



También se dice que son aquellos cuyos lados son semirrectas opuestas.

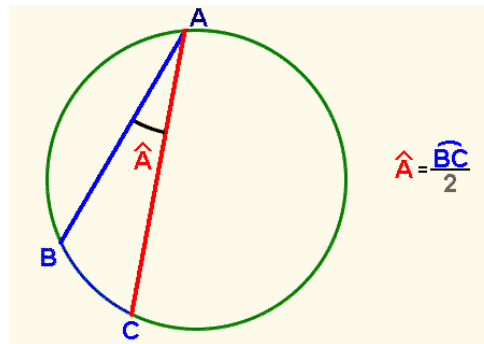
El instrumento para medir un ángulo en grados sexagesimales se denomina **transportador**



y es un medio círculo graduado con doble escala, una de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  y la otra de  $180^\circ$  a  $0^\circ$ .

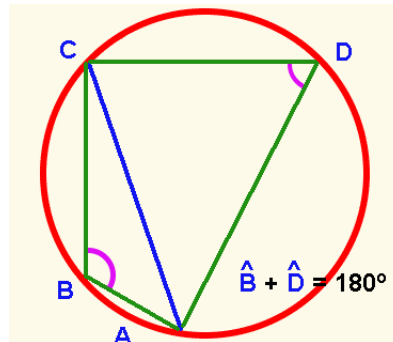
Para medir un ángulo, se coloca el punto central del transportador sobre el vértice del ángulo y uno de los lados debe coincidir con la línea del cero.

**Ángulo inscrito:** Es aquel cuyo vértice está sobre la circunferencia y cuyos lados son secantes. La amplitud de un ángulo inscrito equivale a la mitad de la amplitud del arco que abarca.

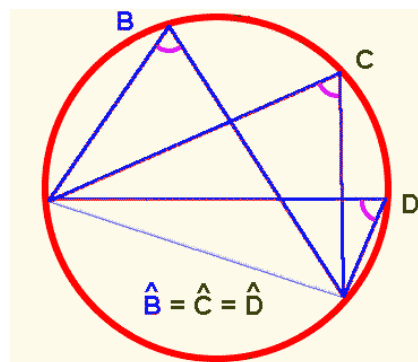


### Características de los ángulos inscritos:

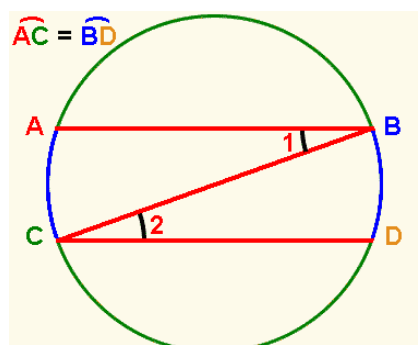
Dos ángulos inscritos en cada uno de los arcos que una cuerda determina son suplementarios.



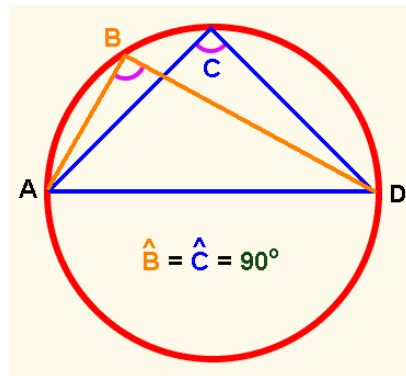
Todos los ángulos inscritos que abarcan un mismo arco son iguales.



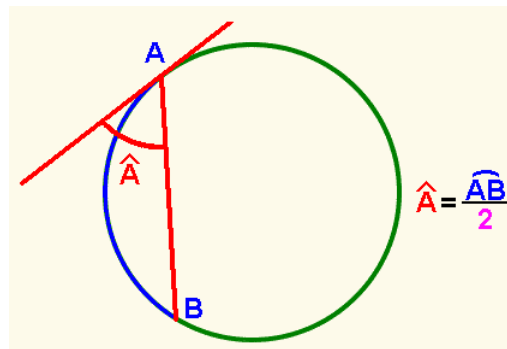
En una misma circunferencia, los arcos cortados por paralelas son iguales.



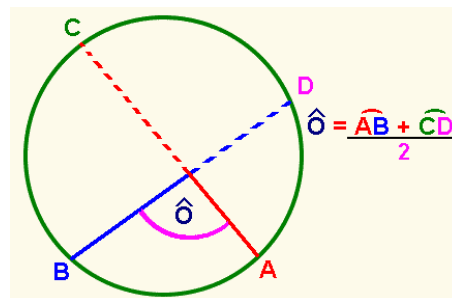
Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.



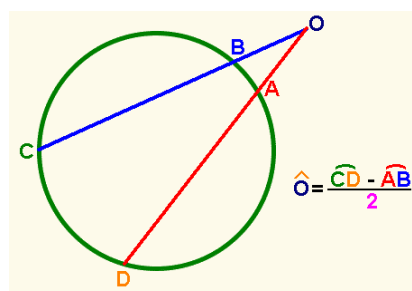
**Ángulo semiinscrita:** Es aquel cuyo vértice está sobre la circunferencia, uno de sus lados es tangente y el otro, secante. Al igual que en el inscrito, su amplitud equivale a la mitad de la amplitud del arco que abarca.



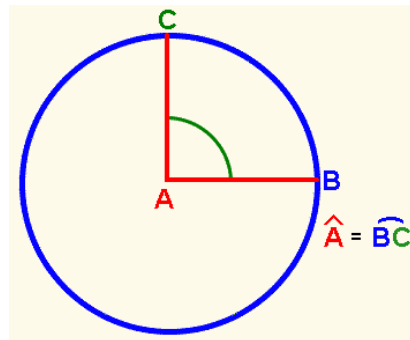
**Ángulo interior:** es aquel cuyo vértice está en el interior de la circunferencia. La amplitud de un ángulo interior equivale a la semisuma de los arcos que abarca éste, y su opuesto por el vértice.



**Ángulo exterior** es aquel cuyo vértice es exterior a la circunferencia y sus lados, secantes. La amplitud de un ángulo exterior equivale a la semidiferencia de la amplitudes de los arcos abarcados por él.



**Angulo central** es aquel que su vértice está en el centro de la circunferencia. Por definición, su amplitud coincide con el arco que abarca.

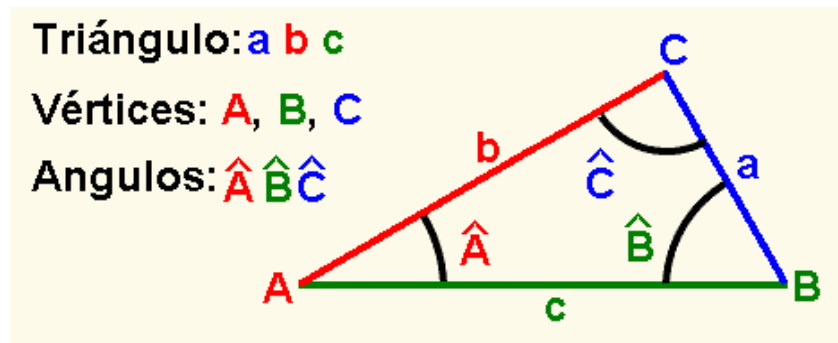


## 2. El Triángulo:

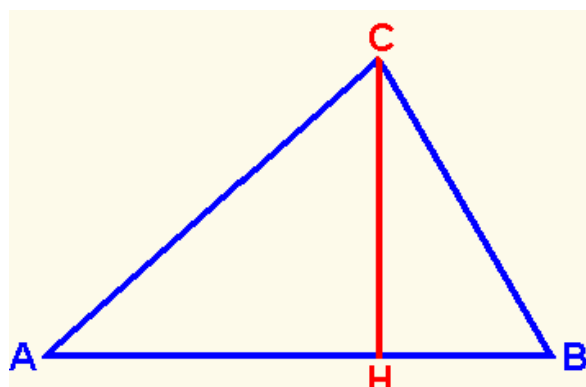
Es una superficie plana limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.

### Características:

- Todo triángulo consta de 3 vértices que son las intersecciones de las rectas.
- Los segmentos que unen los vértices se llaman lados del triángulo.
- Los lados del triángulo forman tres ángulos que se llaman ángulos internos del triángulo.
- En todo triángulo los ángulos internos suman  $180^\circ$ .
- En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos lados y mayor que su diferencia.



**Altura de un Triángulo:** La altura de un triángulo es el segmento perpendicular que va desde un vértice al lado opuesto o a la prolongación de éste.

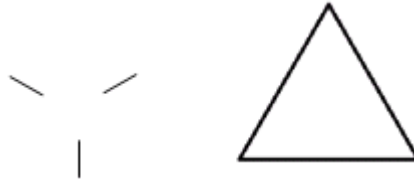


Se llama **base** del triángulo al lado sobre el que se apoya.

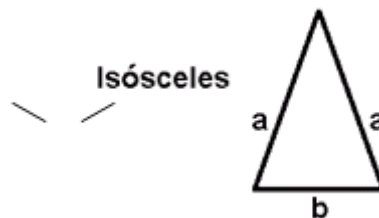
## Clasificación de los triángulos

En relación a los lados:

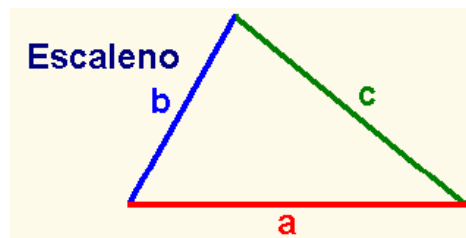
**Equilátero**, el que tiene los **tres lados iguales**



**Isósceles**, el que tiene **dos lados iguales** y el otro desigual

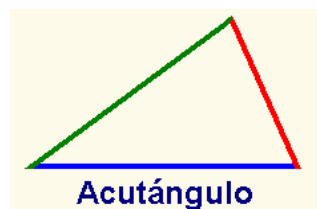


**Escaleno**, el que tiene los **tres lados desiguales**.

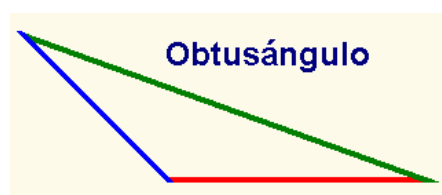


Clasificación en relación a sus ángulos:

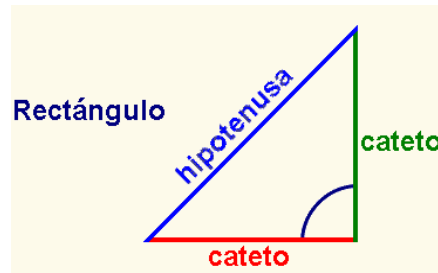
**Acutángulo**, el que tiene todos sus **ángulos agudos**, es decir, menores de  $90^\circ$



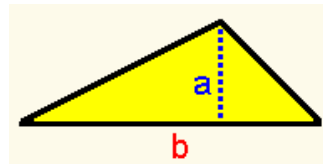
**Obtusángulo**, el que tiene algún **ángulo obtuso**, es decir mayor a  $90^\circ$



**Rectángulo**, el que tiene un **ángulo recto**, es decir, un ángulo que mide 90°. Los dos lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos** y el otro **hipotenusa**.



**Área de un Triángulo:**

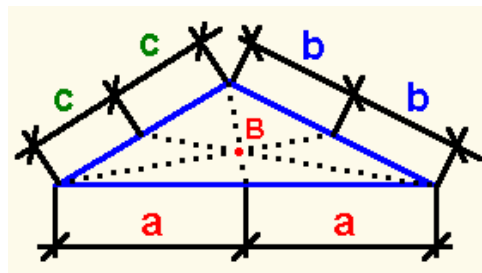


El **área de un triángulo** es igual a la mitad del producto de la longitud de la **base** por la **altura** relativa a dicha base.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

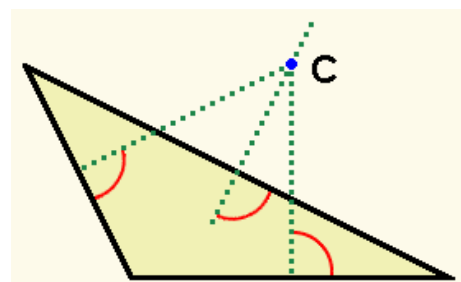
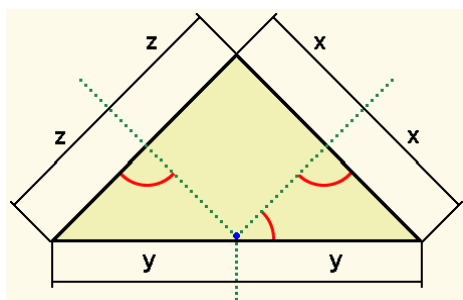
**Baricentro**

Es el punto de intersección de las medianas de un triángulo, entendiéndose por **mediana** la recta que parte de un vértice para ir al punto medio del lado opuesto.



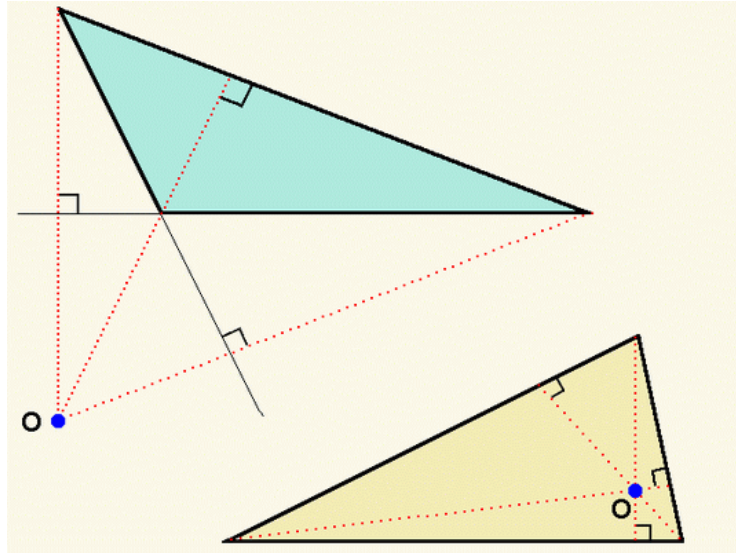
**Circuncentro**

Es el punto de intersección de las mediatrices de un triángulo, entendiéndose por **mediatriz** la recta que es perpendicular al lado en su punto medio.



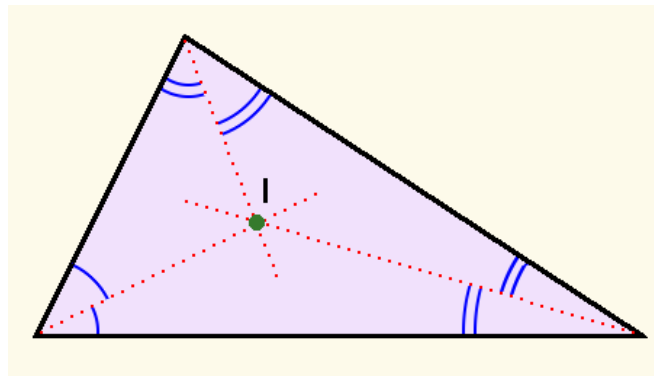
## Ortocentro

Es el punto de intersección de las alturas de un triángulo, entendiéndose por **altura** la recta que parte de un vértice para ser perpendicular al lado opuesto.



## Incentro

Es el punto de intersección de las bisectrices interiores de un triángulo, entendiéndose por **bisectriz** la recta que parte de un vértice y divide el ángulo en dos partes iguales.



Cuando un triángulo es equilátero, los cuatro puntos notables, **baricentro, circuncentro, ortocentro e incentro**, se confunden en un mismo punto.

